

O USO DO GPS NA ELABORAÇÃO DE CARTA GEOIDAL

José Milton ARANA

Departamento de Cartografia, Faculdade de Ciências e Tecnologia/UNESP - Câmpus de Presidente Prudente. Rua Roberto Simonsen, 305. CEP 19060-900. Presidente Prudente, SP. Endereço eletrônico: jarana@prudente.unesp.br

- Introdução
- O Sistema NAVSTAR/GPS
 - Precisão na Altitude
 - Multicaminhamento
 - Orientação e Centro de Fase da Antena
 - Medição da Altura da Antena
- Geóide
 - Determinação da Ondulação do Geóide pelos Modelos do Geopotencial
 - Modelo OSU91A
 - Modelo EGM96
 - Modelo GEOCOM: o Geóide Gravimétrico no Estado de São Paulo
 - Determinação de N a Partir do GPS/Nivelamento
 - Determinação de N a Partir do GPS/Nivelamento Associado aos Modelos do Geopotencial
- Levantamento GPS e Base de Dados
 - Rastreamento
 - Base de Dados
- Integração Gps/Nivelamento com os Modelos Geopotencial OSU91A, EGM96 e Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo
 - Resultado da Integração GPS/47RRNN com os Modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM
 - Carta Geoidal Resultante de 47RRNN/GSP e Modelo OSU91A
 - Carta Geoidal Resultante de 47RRNN/GPS e Modelo EGM96
 - Carta Geoidal Resultante de 47RRNN/GPS e Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo
- Conclusões
- Referências Bibliográficas

RESUMO – A transformação de altitude geométrica determinada com GPS em altitude ortométrica depende do conhecimento da altura geoidal (N). Neste trabalho são apresentadas as possibilidades e dificuldades para determinação de N. Atualmente, a altura geoidal calculada com base nos modelos do geopotencial possui precisão de 0,5 m e com geóides gravimétricos é possível obter a ondulação do geóide com precisão de 0,98 m. Propõe-se a integração das alturas geoidais determinadas com o GPS em pontos com altitudes ortométricas conhecidas RRNN (diferença entre as altitudes geométricas e as correspondentes ortométricas) e as alturas geoidais determinadas com uso de modelos geopotenciais ou geóides gravimétricos com o objetivo de contribuir para melhoria desse nível de precisão. Testes experimentais foram realizados numa área de aproximadamente 4.900 km², contendo 48 RRNN. Foram geradas cartas geoidais regionais, onde se utilizou a integração das ondulações proposta acima.
Palavras-Chave: GPS, altitude, ondulação do geóide, carta geoidal.

ABSTRACT – *J.A. Arana – The use of the GPS in the geoidal chart elaboration.* The transformation of geometrical height determined by GPS into orthometric height depends on the knowledge of the geoidal undulation (N). This paper presents the possibilities and difficulties for N determination. Nowadays, the geoid height computed from geopotential model has an accuracy of 0.5 m; the geoidal undulation computed from gravimetric geoid has an accuracy of 0.98 m. The integration of geoidal undulation determined by GPS in benchmarks (difference between geometrical and orthometrics heights) with geoidal undulation models determined by geopotential or gravimetric geoids is here proposed in order to contribute for the improvement of this level of accuracy. Experiments were carried out in a test area of about 4,900 km², with 48 benchmarks. Regional geoidal charts were generated from the gravimetric geoid undulation integration.

Keywords: GPS, heights, geoidal undulation, geoidal chart.

INTRODUÇÃO

O NAVigation System with Time And Ranging/ Global Positioning System (NAVSTAR/GPS) é um sistema de rádio-navegação, baseado em observações aos satélites artificiais, desenvolvido e realizado pelo United States Department of Defense (DoD) e NASA (Andrade, 1988), com o objetivo de ser o principal sistema de navegação do Exército Americano, proporcionando posicionamento tridimensional (Seeber, 1993).

O sistema obteve um rápido crescimento em aplicabilidade e popularidade no uso em posicionamento e em navegação. O GPS tem sido amplamente usado em levantamentos geodésicos, topográficos, e nos mais diversos usos de posicionamentos e navegação.

Através do GPS é possível obter posição relativa

com alta precisão na altimetria. Isto impôs a necessidade de um melhor conhecimento das ondulações do geóide (N) de modo a compatibilizar a determinação da altitude geométrica (h) com a altitude ortométrica (H). Assim, com o advento do GPS, o conhecimento do geóide deixou de ser importante no posicionamento horizontal, mas tornou-se importantíssimo no posicionamento vertical (Sá, 1993).

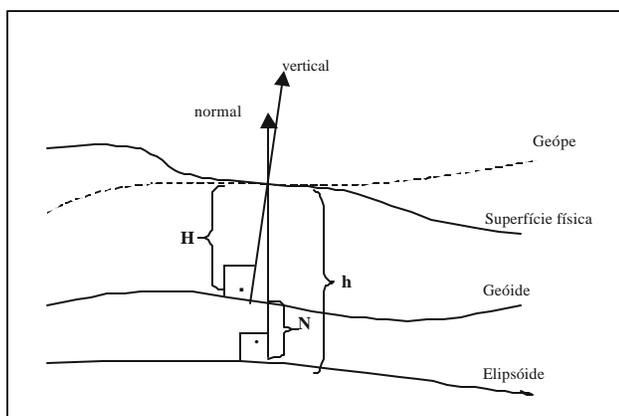
A forma do geóide está diretamente relacionada ao campo da gravidade da Terra. No entanto, o elipsóide é uma superfície matemática com forma e dimensões próximas ao geóide e utilizado nos levantamentos geodésicos como uma superfície de referência no posicionamento horizontal. Estas superfícies geral-

mente não são coincidentes e nem paralelas e esta separação entre a superfície do geóide e a do elipsóide é denominada ondulação ou separação geoidal N. Esta ondulação pode atingir até dezenas de metros. A inclinação dessas superfícies, em casos extremos é de até 1' de arco (Gemael, 1999).

Na grande maioria dos trabalhos de posicionamento em obras de engenharia, levantamentos geodésicos e topográficos, faz-se necessária a determinação da altitude ortométrica (altitude referenciada ao geóide). Surge então a necessidade de transformar a altitude geométrica obtida no GPS em altitude ortométrica. Esta transformação, do ponto de vista matemático, constitui uma operação simples, envolvendo a altitude geométrica e altura geoidal no ponto. Conforme pode ser visto na Figura 1, as altitudes ortométricas e geométricas estão relacionadas (Ayhan, 1993) por:

$$H \cong h - N \quad (1.1),$$

onde H é a altitude ortométrica; h, a altitude geométrica; N, a ondulação do geóide.



Neste trabalho, as ondulações geoidais foram obtidas de maneiras distintas: com rastreamento GPS em pontos com altitudes ortométricas conhecidas (RRNN), com uso de modelos geopotenciais EGM96, OSU91A, GEOCOM, e por associação do GPS/nivelamento com modelos geopotenciais.

Com este procedimento, em todas as RRNN rastreadas podem ser determinadas as alturas geoidais derivadas de (1) GPS associado ao nivelamento, (2) modelos geopotenciais, e (3) pela associação dos modelos com o GPS/nivelamento.

De posse destas ondulações, investigou-se a possibilidade da aplicação do GPS na determinação da altitude ortométrica. Com as ondulações do geóide obtidas pelo GPS associadas ao nivelamento geométrico e os referidos modelos, elaborou-se cartas de ondulação do geóide e cartas que representam as discrepâncias de ondulações obtidas das diferentes técnicas.

Este trabalho foi formulado contemplando a discussão sobre novas formas que possibilitem a aplicação das observações com GPS nas determinações de altitudes ortométricas, trazendo como principal contribuição a integração da ondulação do geóide obtida por GPS no nivelamento geométrico com a ondulação do geóide obtida a partir dos modelos geopotenciais OSU91A, EGM96 e GEOCOM, ou seja, a integração de modelos geopotenciais com GPS/nivelamento. Com isso, propõe-se alternativas para uso do GPS em levantamentos altimétricos, geodésico ou topográfico, possibilitando a conversão das altitudes geométricas em altitudes ortométricas.

FIGURA 1. Altitudes geométrica e ortométrica.

O SISTEMA NAVSTAR/GPS

O princípio fundamental do GPS consiste na medida das pseudodistâncias entre a antena do receptor e os satélites. Conhecendo as coordenadas dos satélites em um sistema de referência apropriado e as pseudodistâncias, é possível calcular as coordenadas da antena (da estação), no mesmo sistema de referência dos satélites. Do ponto de vista geométrico três medidas de pseudodistâncias seriam suficientes, mas se faz necessária a quarta medida devido à não sincronização dos relógios dos satélites com o relógio do receptor (Leick, 1995).

O GPS possibilita o posicionamento tridimensional e a determinação de posições horizontais precisas já é um processo rotineiro. Entretanto, a altitude proporcionada pelo GPS (geométrica) tem apenas um significado matemático e, geralmente, na cartografia e em

obras de engenharia utiliza-se as altitudes ortométricas por possuírem um significado físico.

PRECISÃO NA ALTITUDE

Muitas das aplicações do GPS requerem apenas o posicionamento em duas dimensões, e proporciona coordenadas tridimensionais sem a necessidade de coleta de dados adicionais.

A componente altitude é afetada pelo modo (técnica) de levantamento e pela observável utilizada no levantamento GPS. Utilizando-se de técnicas de levantamentos e de combinações de procedimentos de processamento, a precisão da altitude geométrica esperada é de 1,5 a 2 vezes menos acurada que as componentes horizontais (Featherstone et al., 1998).

A geometria do GPS, intrinsecamente, influencia

a precisão da altitude, devido ao fato de os satélites serem observados acima do horizonte (da antena) e esta fraqueza geométrica é quantificada pelo *Vertical Dilution Of Precision* (VDOP). Um importante procedimento é executar a coleta de dados GPS em horário em que o VDOP é o menor possível.

Uma outra causa geométrica que afeta a altitude elipsoidal GPS é a correlação aproximada entre o erro das efemérides e o comprimento da linha base. Esta relação é dada por:

$$\frac{\mathbf{s}_b}{b} \approx \frac{\mathbf{s}_r}{r} \quad (2.1),$$

onde \mathbf{b} é o comprimento da linha-base; \mathbf{s}_b o erro relativo à linha base; \mathbf{r} a distância entre o observador e o satélite observado; \mathbf{s}_r seu erro relativo.

Assumindo que a distância do satélite ao observador seja de 20.000 km e as efemérides transmitidas possuam erro da ordem de 10 m, ter-se-á erros em altitude de aproximadamente $\pm 0,5$ parte por milhão (0,5 mm/km). Entretanto, nos levantamentos onde se pretende obter a altitude com uso das efemérides transmitidas, o comprimento da linha-base deve ser tanto menor quanto possível. Em levantamentos por GPS com linhas-bases longas, recomenda-se o uso de efemérides precisas produzidas pelo International GPS Service (IGS). Normalmente as efemérides precisas do IGS estão disponíveis aos usuários 15 dias após a execução dos levantamentos, e estas normalmente são de uma ordem de magnitude melhor que as efemérides transmitidas.

Os sinais transmitidos pelo GPS atravessam a ionosfera e a atmosfera neutra (que inclui a estratosfera e a troposfera), ambas as camadas influenciando o atraso atmosférico. Por ser a ionosfera, um meio dispersivo, os efeitos do atraso dos sinais podem ser grandemente minimizados utilizando-se de rastreadores que observam simultaneamente as duas fases das frequência das portadoras de GPS. A atmosfera neutra é um meio não dispersivo e, assim, seu efeito não pode ser eliminado utilizando as duas frequências portadoras. Assim sendo, o efeito da camada atmosférica deve

ser eliminado por modelos atmosféricos. Neste trabalho, utilizou-se do modelo atmosférico denominado de Hopefield (Dodson, 1995).

MULTICAMINHAMENTO

Os multicaminhamentos ocorrem quando os sinais GPS são refletidos de objetos próximos, ou mesmo da superfície, antes de atingir a antena do receptor. Os multicaminhamentos pode causar erros de poucos metros na altitude elipsoidal quando utilizadas as observações do código, e de poucos centímetros quando utilizada a fase da portadora. Entretanto, o valor exato do erro provocado pelo multicaminhamento não pode ser determinado, pois este depende de fatores específicos do local. Para evitar os possíveis multicaminhamentos, adotou-se a estratégia de selecionar locais de rastreamento em que não havia possibilidade das antenas receberem sinais refletidos de objetos (construções civis, árvores etc.) próximos.

ORIENTAÇÃO E CENTRO DE FASE DA ANTENA

O centro de fase (eletrônico) da antena não coincide necessariamente com o seu centro geométrico. O centro de fase pode variar de acordo com a posição de cada satélite (elevação e azimute). A maioria dos programas computacionais corrigem este efeito. Entretanto, com a finalidade de minimizar o efeito do centro de fase da antena em um levantamento, procedimentos especiais devem ser tomados, como utilizar preferencialmente antenas de um mesmo fabricante e mesmo modelo, e orientar todas as antenas na mesma direção nas coletas de dados GPS.

MEDIÇÃO DA ALTURA DA ANTENA

O erro na medida da altura da antena, cuja distância deve ser contada sobre a vertical acima do marco de coleta de dados, é provavelmente o mais comum erro humano cometido durante o levantamento GPS. Este erro é crítico para o levantamento de altitude, pois no processamento dos dados este não é detectado. Assim, sugere-se procedimentos específicos na obtenção das alturas das medidas das antenas, como: (1) efetuar múltiplas medidas em mais de um sistema de unidades, (2) realizar medidas em diferentes partes da antena e (3) calcular a altura (vertical) e verificar no campo.

GEÓIDE

A posição horizontal de um ponto sobre a superfície terrestre é determinada por sua latitude e longitude sobre um determinado elipsóide de referência. O posicionamento altimétrico mais intuitivo é dado pela distância contada sobre a linha vertical entre o ponto e uma superfície, normalmente associada ao nível médio do mar.

A altitude ortométrica é dependente do campo da gravidade da Terra. O *datum* vertical no sistema de

altitudes ortométricas é o geóide. No Brasil, a determinação do *datum* vertical deu-se a partir do marégrafo instalado no litoral catarinense, mais precisamente em Imbituba, no Porto Henrique Lajes.

Até poucas décadas atrás foi postulado que o nível médio do mar teoricamente deveria coincidir com o geóide. Com base nesta imposição, o posicionamento do *datum* vertical (geóide) em relação a um marco de

referência reduzia-se à determinação da posição do nível médio do mar (H_{NML}), que é calculada a partir das observações do nível instantâneo do mar (H_{NMI}) coletadas nas estações de marégrafo. Este posicionamento do datum vertical, está representado de maneira esquemática na Figura 2.

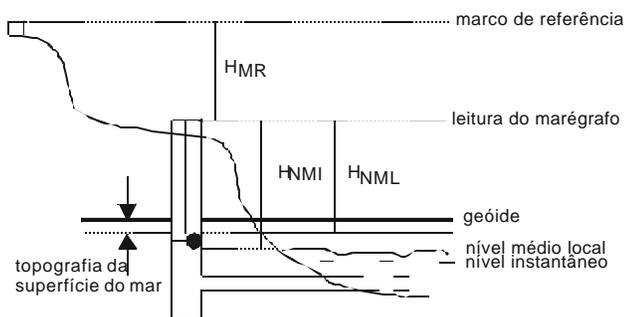


FIGURA 2. Estabelecimento do marco de referência.

A definição do *datum* vertical é um tanto quanto complexa, pois envolve vários fenômenos físicos que podem estar alterando continuamente a posição do geóide em relação à superfície de referência (elipsóide). Dentre os fenômenos físicos citam-se: o efeito dinâmico dos mares, as correntes marítimas; variação da pressão atmosférica (esta pode causar deslocamento do nível médio dos mar na ordem do decímetro, aproximadamente 1 cm por mbar); variação dos ventos, que causa variação de poucos decímetros na determinação de uma média mensal da posição do geóide; mudança da temperatura, que causa uma variação de 1 a 3 cm por °C; descarga dos sedimentos fluviais; mudança da configuração do fundo oceânico (soalho oceânico); derretimento glacial, que causa um deslocamento de 6 a 10 cm por século; marés de longo período; e movimento dos pólos (Vanicek & Krakiwiski, 1982).

Atualmente, uma operação relativamente simples com receptores GPS, permite a determinação das coordenadas cartesianas de um ponto $P(X, Y, Z)$ sobre a superfície terrestre. A partir dos parâmetros elipsoidais do sistema de referência, pode-se calcular as correspondentes coordenadas geodésicas do ponto $P(\varphi, \lambda, \eta)$. O cálculo da altitude ortométrica (H) do ponto envolve o conhecimento da ondulação do geóide (N) no ponto considerado, pois as altitudes geométricas e as ortométricas estão relacionadas pela equação (1.1).

Assim, a determinação da altitude ortométrica através do GPS pressupõe o conhecimento da ondulação do geóide (N) com precisão compatível à desejada na componente altitude.

Atualmente, as técnicas mais usadas para a determinação do geóide com alta precisão visando o nivelamento com o GPS consistem basicamente na representação das altitudes geoidais através de com-

ponentes distintas, denominadas global, regional e local (Sá, 1993). A componente global é determinada a partir dos coeficientes que representam o esferóide (elipsóide de revolução; Torge, 1980); a componente regional usualmente é determinada a partir de dados do campo de gravidade (satélite, gravimetria terrestre e oceânica) e a componente local introduz correções calculadas através de dados complementares, tais como modelos digitais da topografia e da densidade da crosta.

No presente trabalho, as ondulações do geóide foram decompostas em duas componentes: a componente regional, determinada com o uso dos modelos do geopotencial OSU91A, EGM96 e GEOCOM, e a segunda componente, determinada pelo GPS associado ao nivelamento geométrico.

DETERMINAÇÃO DA ONDULAÇÃO DO GEÓIDE PELOS MODELOS DO GEOPOTENCIAL

A representação do potencial gravitacional da Terra através de séries harmônicas esféricas tem sido um dos objetivos da comunidade geodésica há mais de 40 anos (Rapp & Neren, 1996). Dados obtidos a partir de observações dos satélites e dados gravimétricos de superfície têm possibilitado uma maior e mais precisa representação do geopotencial (Li & Sideris, 1997).

Até meados da década de 1980, mais de 30 modelos do geopotencial haviam sido desenvolvidos, baseados em diferentes aproximações. Após o lançamento do primeiro satélite artificial, os dados orbitais vêm sendo armazenados e analisados, proporcionando melhora gradativa. Os modelos mais divulgados são os da série Smithsonian Astrophysical Observatory Standard Earth (SAO-SE), o Goddard Earth Model – National Aeronautics and Space Administration (NASA – GEM), o Ohio State University (OSU), o Groupe de Recherche Spatial – Institut Universität München (GRIM) e o Geopotential Model (GPM). Outros modelos foram elaborados com missões específicas, tais como LAGEOS, STARLETTE, ERS-1 etc. Alguns destes modelos foram determinados a partir de dados orbitais de satélites (GEM-T1 e GEM-T2), enquanto outros combinam estes elementos com observações gravimétricas e altimétricas (OSU-86, OSU-89, OSU91A, GPM1, GPM2 e EGM96).

Modelo OSU91A

O modelo OSU91A foi desenvolvido, no ano de 1991, pela Ohio State University, sob orientação dos Drs. N. Pavlis e R. Rapp. Os coeficientes de grau de 2 a 50 foram gerados a partir do modelo GEM-T2 e de anomalias de gravidade médias em blocos de 30' x 30' e de dados altimétricos da superfície dos oceanos gerados pelo GEOSAT (Pavlis, 1997). As anomalias da gravidade terrestre foram combinadas com anomalias estimadas. Os coeficientes de grau 51 a 360 foram

obtidos a partir do modelo GEM-T2 combinados com anomalias da gravidade espaçadas de 30'. As anomalias ajustadas resultantes da combinação acima, foram então utilizadas na determinação do conjunto completo de coeficientes até grau e ordem 360, bem como do respectivo desvio padrão para cada coeficiente, obtido do ajustamento por mínimos quadrados. O desvio padrão estimado (1 sigma) para valores das ondulações geoidais no OSU91A são da ordem de 26 cm nas áreas oceânicas, 38 cm em áreas terrestres com uma boa cobertura de dados da gravidade; 56 cm em áreas terrestres com fraca cobertura de dados da gravidade, e 200 cm em área terrestre onde não existem dados da gravidade (Lemoine et al., 1998). O modelo OSU91A está referenciado ao Geodetic Reference System 1980 (GRS 80).

No presente trabalho as ondulações do geóide derivadas do modelo OSU91A foram determinadas ponto a ponto, com a utilização do programa TCHERN. Este programa foi fornecido aos participantes da Escola de Geóide, realizada no IBGE em 1997.

Modelo EGM96

Nos últimos 5 anos, tem havido uma soma de esforços envolvendo a colaboração, análises e recursos do National Imagery and Mapping Agency (NIMA), da NASA, Goddard Space Flight Center (GSFC) e da Ohio State University. Como resultado desta junção de esforços, tem-se o novo modelo global do campo gravitacional da Terra denominado Earth Gravitational Model 1996 (EGM96). A forma do modelo EGM96 é uma expansão do potencial gravitacional (V). Este modelo é completo até grau e ordem 360, contendo 130.676 coeficientes (Lemoine et al., 1998).

O desenvolvimento do EGM96 deu-se com uso dos dados da gravidade do NIMA e dados de satélites da NASA/GSFC. O NIMA proporcionou dados da anomalia da gravidade de todo o globo terrestre de 30' e 1°. Estas anomalias foram determinadas a partir de pontos de anomalia da gravidade de 5' X 5' obtidos do arquivo de altura do geóide do GEOSAT Geodetic Mission (Lemoine et al., 1998).

As ondulações do geóide utilizando os coeficientes do modelo geopotencial EGM96 foram determinadas utilizando-se do programa NGPON. Este programa determina as ondulações do geóide ponto a ponto e foi desenvolvido e doado pelo Dr. Denizar Blitzkow.

Modelo GEOCOM: O Geóide Gravimétrico no Estado de São Paulo

Na determinação do geóide gravimétrico no Estado de São Paulo foi utilizada a fórmula de Stokes, modificada para a integração sobre a esfera através da transformada rápida de Fourier (Sá & Molina, 1995). O esferóide foi representado pelo modelo

geopotencial OSU91A, truncado em grau e ordem 180. As componentes gravimétrica e da correção topográfica foram calculadas a partir de modelos gravimétricos e topográfico digitais com resolução de 5' de arco. O efeito indireto foi obtido a partir de um modelo topográfico digital com resolução de 0,5°.

Os dados gravimétricos utilizados, na geração do referido modelo gravimétrico, resultaram da integração de três tipos de informações: as terrestres, as oceânicas e as de altimetria por satélite. Os dados terrestres foram obtidas em levantamentos realizados por várias instituições, com objetivos diversos. Os dados oceânicos foram coletadas por instituições internacionais nos levantamentos de Geofísica marinha, processadas e fornecidas pelo U.S. National Geophysical Data Center. As medidas de altimetria por satélite são aquelas de missão SEASAT, convertidas em anomalias ar-livre e fornecidas na forma de modelo digital. As medidas terrestres foram referidas ao International Gravity Standardization Net 1971 através da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira.

Os dados topográficos foram obtidos a partir do modelo topográfico digital de São Paulo elaborado pela combinação de dois modelos de maior escala. Os dados da parte continental foram extraídos do Modelo Topográfico Global ETOPOS5, corrigido com a translação de 10' de arco para este. O modelo GEOCOM está definido com base no GRS 80 (Sá & Molina, 1995).

A ondulação do geóide no modelo GEOCOM foram determinadas com a utilização do programa GEOCOM, cedido pelo seu autor Dr. Nelsi Cógdo de Sá.

DETERMINAÇÃO DE N A PARTIR DO GPS/NIVELAMENTO

A realização do rastreamento dos satélites do sistema GPS sobre as RRNN, nos propicia a determinação da ondulação do geóide. Assim, em uma linha formada por duas RRNN com altitudes geométricas conhecidas, pode-se interpolar a ondulação do geóide em pontos desta linha, ou próximo à mesma.

No caso em que se deseja a interpolação de vários valores da ondulação do geóide em uma área, pode-se determinar um plano pela equação (3.1) ou uma poli-superfície pelas equações (3.2) a (3.4). Assim, possuindo pelo menos três pontos, não colineares, com altitudes ortométricas conhecidas e altitudes geométricas determinadas por GPS, pode-se determinar a ondulação geoidal destes pontos, e a partir destas ondulações, determinar um plano, ou poli-superfície, que representa a forma aproximada do geóide na região. Estendendo-se o conceito de interpolação descrito acima para regiões que possuam número maior de pontos, com ondulação do geóide conhecidos pelo nivelamento geométrico associado ao GPS, pode-se

utilizar modelos matemáticos que representam a forma aproximada do geóide nessas regiões. Fiedler (1992), Collier & Croft (1997) e Zong (1997) apresentaram modelos matemáticos (modelos de interpolação) que representam a ondulação do geóide na região em apreço, conforme segue:

$$z_i = aE_i + bN_i + c \quad (3.1),$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cEN_i + d \quad (3.2),$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cE_i^2 + dN_i^2 + e \quad (3.3),$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cN_iE_i + dE_i^2 + eN_i^2 + f \quad (3.4),$$

onde z_i representa a ondulação do geóide na RN; E_i, N_i são coordenadas UTM das RN_i; e a, b, c, d, e são os parâmetros a serem determinados no ajustamento.

DETERMINAÇÃO DE N A PARTIR DO GPS/NIVELAMENTO ASSOCIADO AOS MODELOS DO GEOPOTENCIAL

Os modelos do geopotencial têm a capacidade de representar com fidelidade os longos comprimentos de ondas do campo da gravidade terrestre (Li & Sideris, 1994). Em levantamentos de áreas relativamente pequenas, como no caso deste estudo, há a necessidade da representação dos comprimentos de onda curtos. A determinação da altitude com GPS desses pontos com referências de nível conhecidas permite a determinação da ondulação do geóide com fidelidade.

A determinação da ondulação do geóide a partir do rastreamento GPS em pontos (RRNN) pertencentes à Rede Fundamental de Nivelamento do Brasil, possibilita calcular a “real” ondulação do geóide, enquanto os modelos do geopotencial fornecem a ondulação a partir de um modelo de geóide. A diferença entre as ondulações geoidais do modelo com as ondulações determinadas com GPS/nivelamento permite o cálculo da “separação” entre o modelo e o geóide. Levado este conceito de diferenças de ondulações geoidais (modelo – GPS/nivelamento) às várias RRNN existentes em uma região, pode-se, com auxílio de uma das equações (3.1) a (3.4) e do método dos mínimos quadrados (M.M.Q.), determinar um plano pela equação (3.1) ou uma poli-superfície por uma das equações (3.2), (3.3) ou (3.4), que representará um “modelo matemático” da separação existente entre o geóide naquela região e o modelo geopotencial.

Esquemáticamente, a Figura 3 mostra a situação da determinação da ondulação do geóide por GPS/nivelamento associado aos modelos dos geopotencial.

Com auxílio da Figura 3, obtém-se:

$$\delta N = N_{GPS} - N_g \quad \text{ou,}$$

$$N_{GPS} = N_g + \delta N \quad (3.5)$$

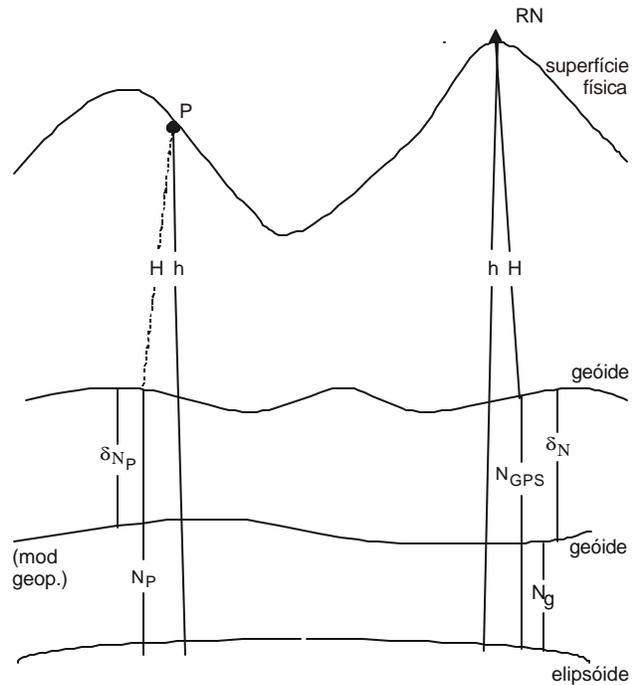


FIGURA 3. Determinação da ondulação do geóide pelo modelo do geopotencial associado ao GPS/Nivelamento.

Ainda, utilizando a Figura 3 e imaginando uma situação onde se pretende determinar a altitude ortométrica utilizando desta técnica – associação do GPS/nivelamento com o modelo geopotencial – P representa o ponto no qual se pretende determinar a ondulação do geóide (N_p).

Em uma situação ideal, tem-se:

$$N_p = N_g + \delta N_p \quad (3.6)$$

A determinação do modelo matemático que proporciona δN_p dá-se de maneira análoga à determinação do geóide geométrico, equações de (3.1) a (3.4), onde será modelada a diferença de ondulação (δN_p) obtida pelo modelo geopotencial e GPS/nivelamento nas RRNN. Lembra-se que nas equações acima mencionadas os z_i devem ser substituídos por δN_i . Selecionada qual das equações será utilizada para representar a separação, com auxílio do M.M.Q., determina-se os parâmetros da equação selecionada. Esta equação deverá representar a separação entre o modelo geopotencial e o geóide da região em apreço. Utiliza-se o modelo do geopotencial, ao ponto no qual se pretende obter N_p , e com auxílio dos parâmetros determinados no ajustamento, calcula-se o δN_p . A expressão (3.6) proporcionará a ondulação do geóide no ponto.

LEVANTAMENTO GPS E BASE DE DADOS

A área de estudo situa-se na região norte do Estado do Paraná (Figura 4), mais especificamente entre as cidades de Nova Esperança, Doutor Camargo, Apucarana e Arapongas, possuindo uma

altitude média de 556 m, sendo a máxima de 815 m e a mínima de 345 m. A área destacada representa os municípios que possuem RRNN rastreadas, aqui focalizadas.

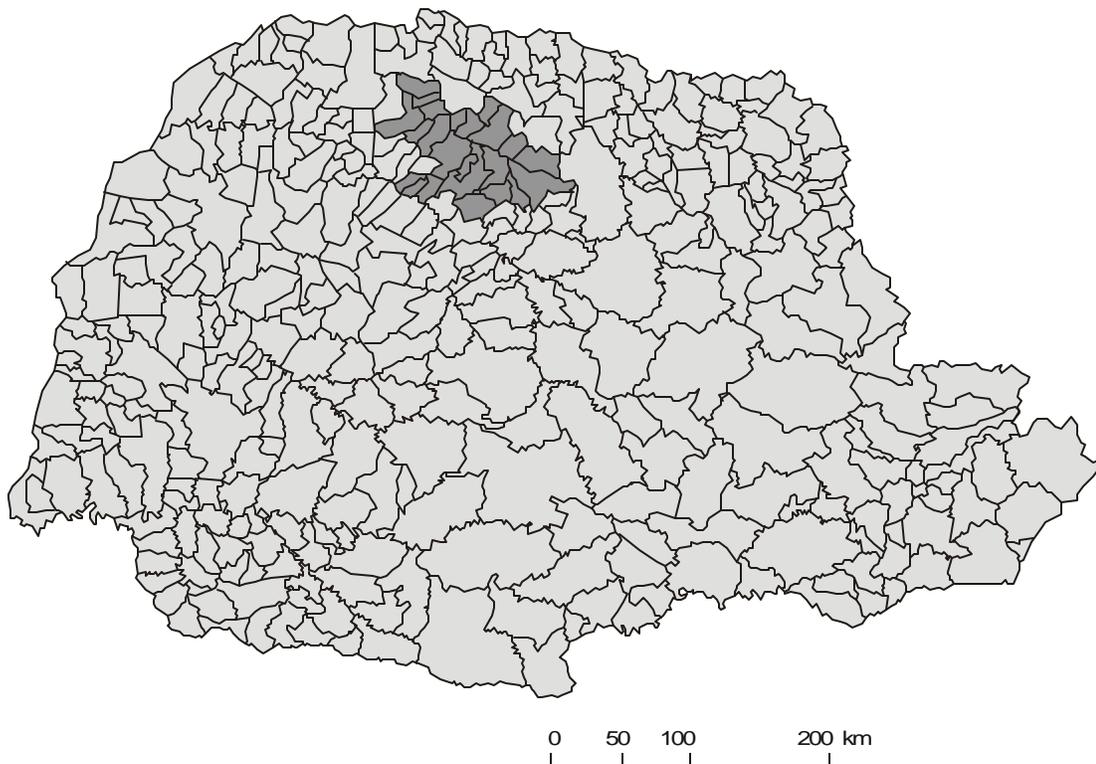


FIGURA 4. Região de estudo. Fonte: www.datqsus.gov.br

RASTREAMENTO

O rastreamento em campo foi desenvolvido respeitando o planejamento e utilizando rastreadores TRIMBLE™ modelo 4000 SST, o qual possui a capacidade de rastrear as portadoras L1 e L2. Observa-se que os três receptores envolvidos no projeto são do mesmo fabricante e mesmo modelo. O tempo de rastreio em cada seção foi de 1h 20min.

Nas RRNN onde houve a necessidade de estação excêntrica, esta foi implantada a uma distância máxima de 40 m da RN. As estações excêntricas foram escolhidas de modo a eliminar possíveis bloqueios dos sinais causados por construções civis ou por vegetações próximas às RRNN, ou ainda por reflexos indesejáveis geradores de multicaminhos (*multipath*).

BASE DE DADOS

No processamento dos dados GPS salienta-se que as estações fixas estão referenciadas ao sistema WGS84 (1ª realização), e no processamento foram utilizadas efemérides ITRF-92, que são compatíveis com o WGS84 (G 730) na ordem do decímetro.

As diferentes realizações WGS84 implicam em

um deslocamento aparente de 82 cm na estação PARA e de 67 cm na estação UEPP. Com relação às altitudes, este fato proporciona diferenças de +10,9 cm e +13,9 cm na estação PARA e UEPP, respectivamente.

Considerando que as distâncias que as RRNN estão, em relação às estações fixas, aproximadamente a 154 km da estação UEPP e 350 km da estação PARA, que o ajustamento GPS não ponderou as RRNN quanto às distâncias das estações fixas, e que as diferenças de altitudes devido às diferentes realizações WGS84, ponderando as diferenças acima (10,9 cm e 13,9 cm) quanto as distâncias das RRNN às estações fixas, estima-se que as altitudes resultantes contêm erros sistemáticos de aproximadamente +13 cm, além daqueles inerentes ao levantamento em si.

Considerando que a região de estudo encontra-se aproximadamente, a 800 km de Imbituba (*datum* vertical), espera-se erros nas RRNN de cerca de 15,5 cm. Ainda com relação a erros, considerando que a área de trabalho possui dimensões aproximadas de 70 por 70 km, as RRNN podem possuir erros relativos de até 2,4 cm, quando considerado o padrão da rede de $3\text{mm} \sqrt{K}$.

Aliadas as diferentes realizações WGS84 e os erros das RRNN, deve-se considerar que a topografia do nível médio do mar (NMM) no *datum* é estimada em aproximadamente 13 cm relativamente ao geóide do EGM96 (Freitas et al., 1999).

O modelo OSU91A proporciona erros de 56 cm

em áreas onde possuem boa cobertura de dados gravimétricos na geração do referido modelo. Com relação ao modelo EGM96, espera-se erro de 46 cm em áreas com boa cobertura gravimétrica. O geóide gravimétrico do Estado de São Paulo proporciona erro de 98 cm (Sá & Molina, 1995).

INTEGRAÇÃO GPS/NIVELAMENTO COM OS MODELOS GEOPOTENCIAL OSU91A, EGM96 E GEÓIDE GRAVIMÉTRICO DO ESTADO DE SÃO PAULO

A integração do GPS com os modelos geopotenciais e gravimétricos na determinação da ondulação geoidal é uma das maneiras de se combinar dados físicos com o geóide geométrico local. Isto pode ser consumado utilizando-se uma das equações (3.5) à (3.8); onde z_1 será considerado como observação l . Será apresentado apenas o desenvolvimento da equação 3.6, que em testes iniciais mostrou melhores resultados. O desenvolvimento que segue pode ser aplicado em quaisquer das equações mencionadas.

Substituindo na equação 3.6, z_1 pela observação l (ondulação determinada pelo GPS/nivelamento), tem-se:

$$l = aE + bN + cNE + d \quad (5.1)$$

Com a finalidade de incorporar na equação acima os dados contidos no modelos físicos (Zhong, 1997), fez-se:

$$l = N - (\overline{N}_0 + E_s) \quad \text{com} \quad l = N - N_0 \quad (5.2)$$

onde, N representa a ondulação do geóide, determinadas nas RRNN pelo GPS associado ao nivelamento; \overline{N}_0 , a ondulação do geóide obtido, nas mesmas RRNN, com o uso dos modelos geopotenciais; N_0 , a ondulação do geóide nas RRNN compensada do desvio sistemático observado, E_s , o desvio sistemático observado.

Considerando a equação (5.2), a equação (5.1) assumirá:

$$N - N_0 + aE + bN + cNE + d \quad (5.3)$$

A finalidade de utilizar-se da integração do GPS com os modelos do geopotencial é fazer uso dos coeficientes que representam o potencial gravitacional, onde o modelo geopotencial representa a contribuição dos comprimentos de onda longos do campo da gravidade da Terra. A diferença de ondulação do geóide, determinada pelo GPS sobre as RRNN e pelo modelo geopotencial, pode ser interpretada como a contribuição dos comprimentos de onda curtos do campo da gravidade da Terra, limitadas às região de estudo. A utilização dos modelos geopotenciais implica estar utilizando informações do campo de gravidade de todo o globo terrestre.

$N_{GPS+OSU}$	$N_{GPS+EPG}$	$N_{GPS+GEOC}$	$N_{GPS+OSU}$ $-N_{GPS}$	$N_{GPS+EGM}$ $-N_{GPS}$	$N_{GPS+GEOC}$ $-N_{GPS}$
-1,840	-1,691	-1,738	0,019	0,168	0,121
-1,775	-1,712	-1,808	-0,055	0,008	-0,088
-1,768	-1,716	-1,688	-0,115	-0,063	-0,035
-1,714	-1,690	-1,824	-0,153	-0,129	-0,263
-1,680	-1,678	-1,578	-0,003	-0,001	0,099
-1,698	-1,740	-1,631	0,062	0,020	0,128
-1,702	-1,746	-1,644	-0,038	-0,082	0,020
-1,740	-1,795	-1,749	-0,131	-0,186	-0,141
-1,745	-1,802	-1,782	-0,129	-0,186	-0,166
-1,758	-1,806	-1,803	-0,228	-0,277	-0,273
-1,811	-1,848	-1,834	-0,092	-0,129	-0,115
-1,828	-1,866	-1,857	0,067	0,029	0,038
-1,777	-1,828	-1,835	0,164	0,113	0,107
-1,726	-1,739	-1,758	0,044	0,030	0,011
-1,703	-1,677	-1,741	0,163	0,189	0,126
-1,687	-1,651	-1,733	0,066	0,100	0,019
-1,650	-1,606	-1,727	0,094	0,138	0,017
-1,823	-1,598	-1,560	-0,186	0,039	0,077
-1,623	-1,624	-1,590	-0,026	-0,028	0,006
-1,664	-1,674	-1,641	-0,132	-0,142	-0,109
-1,773	-1,797	-1,791	0,156	0,132	0,137
-1,774	-1,766	-1,772	-0,025	-0,047	-0,053
-1,832	-1,853	-1,833	-0,027	-0,048	-0,029
-1,829	-1,860	-1,839	-0,001	-0,033	-0,011
-1,804	-1,814	-1,810	0,034	0,024	0,028
-1,763	-1,731	-1,750	-0,006	0,027	0,007
-1,385	-1,657	-1,680	0,299	0,027	0,004
-1,637	-1,562	-1,585	0,012	0,088	0,064
-1,636	-1,529	-1,500	-0,134	-0,028	0,002
-2,245	-2,142	-2,105	-0,157	-0,054	-0,017
-2,222	-2,158	-2,119	-0,150	-0,085	-0,047
-2,228	-2,185	-2,138	-0,158	-0,115	-0,068
-2,242	-2,209	-2,187	-0,227	-0,194	-0,172
-2,219	-2,225	-2,210	0,074	0,069	0,083
-2,238	-2,238	-2,287	0,026	0,026	-0,023
-2,257	-2,255	-2,283	0,020	0,023	-0,005
-2,193	-2,213	-2,241	0,169	0,149	0,121
-2,143	-2,175	-2,181	0,177	0,144	0,139
-2,053	-2,102	-2,139	0,142	0,093	0,056
-1,997	-2,046	-2,082	0,043	-0,007	-0,042
-2,129	-2,145	-2,151	-0,006	-0,021	-0,027
-1,916	-1,960	-1,974	0,049	0,025	-0,009
-1,875	-1,922	-1,902	0,151	0,134	0,124
-1,864	-1,877	-1,877	0,130	0,116	0,116
-1,830	-1,900	-1,850	-0,020	-0,041	-0,041
-1,780	-1,875	-1,778	0,041	0,016	0,043
-1,709	-1,878	-1,667	-0,003	-0,031	0,040
Desvio padrão			0,019	0,105	0,099
Máxima discrepância			0,299	0,189	0,139
Mínima discrepância			-0,228	-0,277	-0,273

TABELA 1. Associação GPS/nivelamento aos modelos geopotenciais e ao geóide gravimétrico.

RESULTADO DA INTEGRAÇÃO GPS/47RRNN COM OS MODELOS OSU91A, EGM96 E GEOCOM

Os resultados, que constam na Tabela 1, foram determinados a partir da utilização das 47 RRNN na associação do GPS com os modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM para o cálculo dos parâmetros da equação (5.3). Nestas associações, utilizou-se os desvios sistemáticos de +0,77 m para o modelo OSU91A, de -0,26 m para o modelo EGM96 e de +0,20m para o modelo GEOCOM.

Na Tabela 1, a primeira coluna contém a ondulação do geóide determinada pela associação do GPS/nivelamento ao modelo OSU91A; a segunda coluna, a ondulação determinada pela associação do GPS/nivelamento ao modelo EGM96; a terceira coluna, a ondulação resultante da associação com o modelo GEOCOM; a quarta coluna, as discrepâncias determinadas pelo GPS/nivelamento associado ao modelo geopotencial OSU91A e GPS/nivelamento; a quinta coluna, a discrepância determinada pelo GPS/nivelamento associado ao modelo geopotencial EGM96 e GPS/nivelamento; e a sexta coluna, as discrepâncias determinadas pelo GPS/nivelamento associado ao geóide gravimétrico de São Paulo e o GPS/nivelamento.

Verifica-se na Tabela 1 que: a menor discrepância determinada pela associação do GPS/nivelamento ao modelo OSU91A e GPS/nivelamento é de -0,228 m, a máxima é de 0,299 m e as discrepâncias, resultantes da associação ao modelo OSU91A, apresentam desvio padrão de 0,119 m; a menor discrepância resultante da associação do GPS/nivelamento e modelo EGM96 e o GPS/nivelamento é de -0,277 m, a máxima é de 0,189 m e as discrepâncias resultantes desta associação apresenta desvio padrão de 0,105 m; e o resultado da associação do GPS ao geóide gravimétrico de São Paulo e GPS/nivelamento apresenta máxima discrepância de 0,139 m, a mínima de -0,273 m e desvio padrão de 0,099 m.

CARTA GEOIDAL RESULTANTE DE 47RRNN/GSP E MODELO OSU91A

A Figura 5 mostra essa carta e foi gerada a partir da Tabela 1.

CARTA GEOIDAL RESULTANTE DE 47RRNN/GPS E MODELO EGM96

A Figura 6 mostra essa carta e foi gerada a partir da Tabela 1.

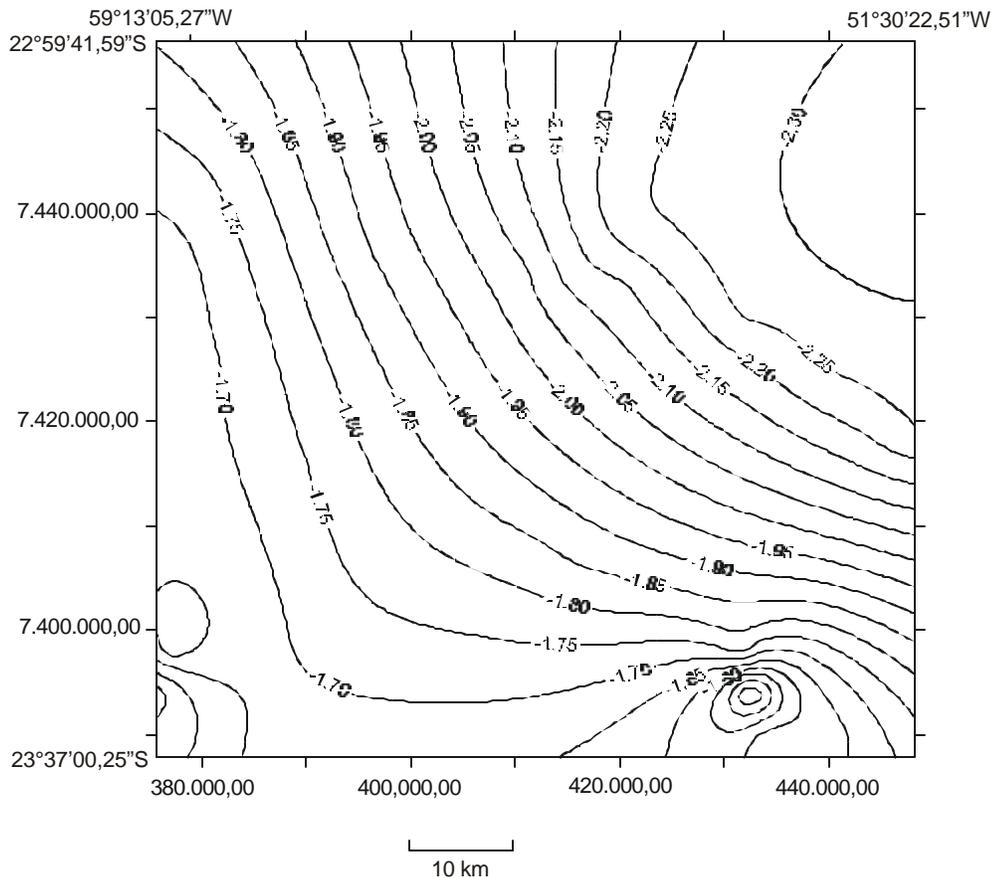


FIGURA 5. Carta de ondulação geoidal 47 RRNN/GPS + OSU91A

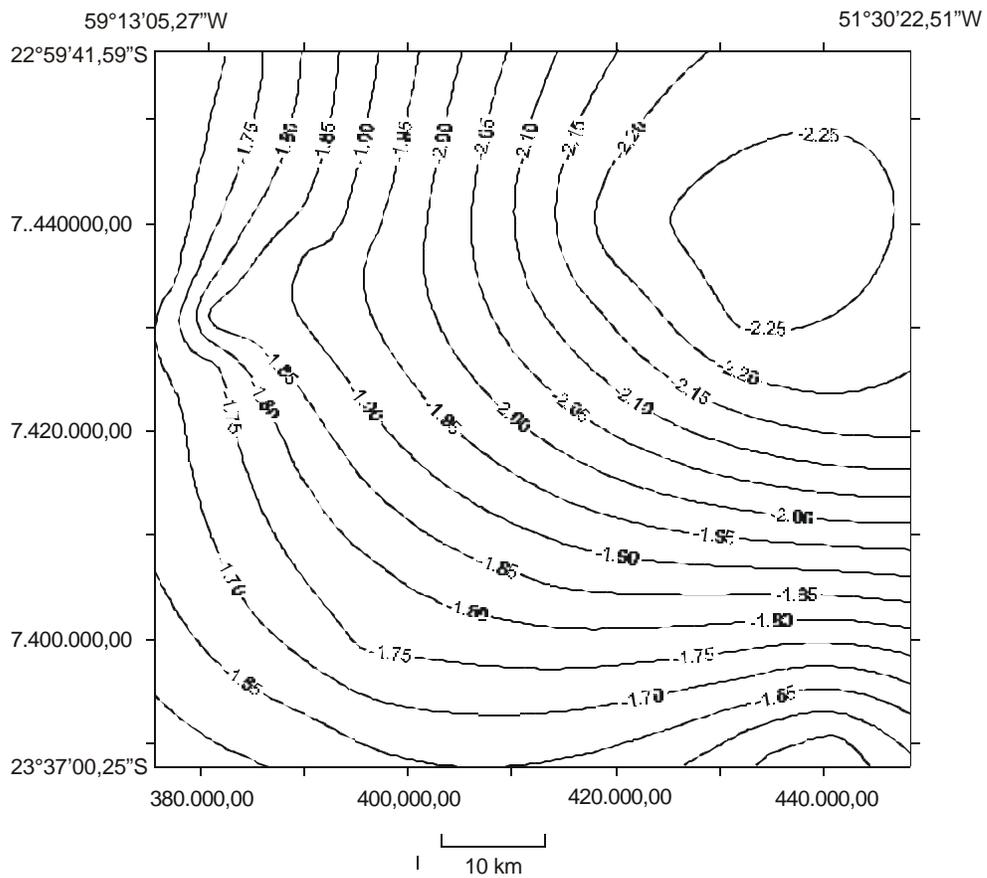


FIGURA 6. Carta de ondulação geoidal 47 RRNN/GPS + EGM96.

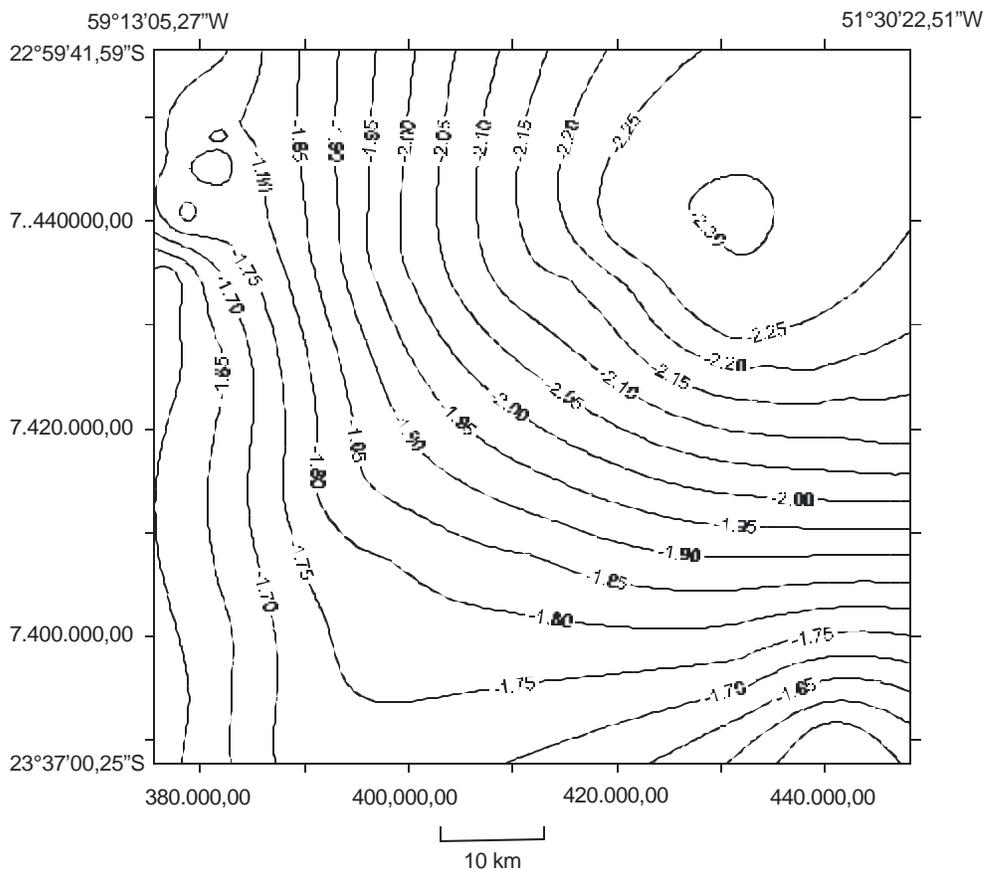


FIGURA 7. Carta de ondulação geoidal 47 RRNN/GPS + GEOCOM.

Analisando a Figura 6, verifica-se que o geóide gerado pela integração do GPS/47RRNN e modelo EGM96 apresenta diminuição da ondulação no sentido nordeste.

CARTA GEOIDAL RESULTANTE DE 47RRNN/GPS E GEÓIDE GRAVIMÉTRICO DO ESTADO DE SÃO PAULO

A Figura 7 mostra essa carta geoidal e foi gerada a partir da Tabela 1.

A partir da associação do GPS/nivelamento aos modelos geoidais OSU91A, EGM96 e ao geóide gravimétrico do Estado de São Paulo, elaborou-se o teste estatístico, conforme Tabela 2.

MODELO	OSU91A	EGM96	GEOCOM
t_x	0,000	0,000	0,000
$t_{(n-1, \alpha/2)}$	1,180	1,714	1,782

TABELA 2. Teste de tendência do GPS/nivelamento associado aos modelos geopotenciais e ao geóide gravimétrico do Estado de São Paulo.

Nela verifica-se que não se rejeita as hipóteses nulas (H_0) para os “geóides” gerados da integração do GPS/nivelamento associados aos modelos OSU91A, EGM96 e ao geóide gravimétrico do Estado de São Paulo. Assim, estatisticamente, estes “geóides” gerados não são tendenciosos.

Para o teste de exatidão dos modelos determinados por GPS/nivelamento associado aos modelos acima, elaborou-se a Tabela 3.

MODELO	OSU91A	EGM96	GEOCOM
χ_x^2	38,54	30,1	26,68
χ_{n-1}^2	59,77	59,7	59,77

TABELA 3. Teste qui-quadrado para GPS/nivelamento associado aos modelos.

Nessa tabela, estatisticamente não se rejeita a hipótese nula ($H_0: s_x^2 = s_x^2$) para todos os “geóides” gerados a partir da associação do GPS/nivelamento com os modelos OSU91A, EGM96 e com o geóide gravimétrico do Estado de São Paulo.

Com a finalidade de análise, elaborou-se a Tabela 4, onde: a primeira linha contém os tipos de modelos utilizados para a determinação dos desvios padrão; e a linha restante contém o desvio padrão.

MODELO	DESVIO PADRÃO
Interpolação por carta (m)	0,054
GPS/Nivelamento (m)	0,108
GPS/Nivelamento + OSU91	0,119
GPS/Nivelamento + EGM96 (m)	0,105
GPS/Nivelamento + GEOCOM (m)	0,099

TABELA 4. Resumo dos e.m.q. apresentado pelas cartas.

Na análise dessa tabela deve-se considerar que: (1) a propagação de erros estimada desde o datum vertical à região de estudo é de aproximadamente 15,5 cm; (2) a precisão relativa das RRNN é de 2,4 cm; (3) a topografia do N.M.M. nas proximidades do datum vertical estimada é de 13 cm; (4) as estações fixas estão referenciadas ao WGS84 (1ª realização); (5) os modelos OSU91A e GEOCOM estão referenciados ao SGR80; e (6) o modelo EGM96 está referido ao WGS84 (G873).

Após esta considerações, mesmo com as limitações referidas, constata-se que:

1. o modelo gerado com uso do GPS/ associado ao geóide gravimétrico do Estado de São Paulo apresentou melhores resultados;
2. a utilização da integração do GPS/nivelamento com o modelo geopotencial OUSU91A, não apresentou melhora dos resultados, isto quando comparado ao modelo gerado apenas pelo GPS/nivelamento;
3. a integração do GPS/nivelamento com o modelo geopotencial EGM96 proporcionou melhores resultados que o geóide geométrico;
4. a integração do GPS/nivelamento com o geóide gravimétrico do Estado de São Paulo foi o que apresentou melhores resultados; e
5. na região de estudo, o geóide gravimétrico do Estado de São Paulo foi o que melhor representou as ondulações do geóide.

CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta uma sistemática de integração de geóide geométrico local com modelos do geopotencial e mesmo com um geóide gravimétrico. Esta sistemática pode ser facilmente reproduzida por usuários, conforme exposto.

Os modelos geopotenciais OSU91A, EGM96 e o geóide gravimétrico GEOCOM proporcionam, de acordo com as estimativas de seus autores, precisão

nas determinações de ondulações geoidais, entre 40 cm e 1,00 m. Neste experimento, esses modelos apresentaram dispersão relativamente ao geóide geométrico de 0,255 m, 0,163 m e 0,114 m, respectivamente.

A integração do sistema GPS e nivelamento geométrico com os modelos geopotenciais OSU91A, EGM96 e com o geóide gravimétrico GEOCOM mostra a sua precisão a partir de levantamentos GPS sobre

RRNN. Verificou-se também a influência do número de RRNN rastreadas na determinação do geóide, constatando-se que a associação do GPS/nivelamento com os modelos geopotenciais e geóide gravimétrico apresentaram melhores resultados quando utilizada a totalidade das RRNN na determinação dos parâmetros da equação 5.3.

Os dados para a geração do *grid* do geóide geométrico estão limitados à área-teste, enquanto os modelos geopotenciais e geóide gravimétrico extrapolam a esta. Isto sugere que em trabalhos posteriores se deva testar a extensão da base de dados GPS para melhoria dos resultados.

Foi verificada a influência do tempo de rastreamento nas RRNN e no processamento dos dados GPS, podendo-se concluir que o tempo de rastreamento foi suficiente e, em RRNN onde o tempo de rastreamento foi aumentado para 2h 2 min, os resultados não apresentaram melhora significativa relativamente aos valores obtidos com 1h 20min.

Na época do experimento existiam limitações de estações-base, compatibilização de sistemas de referência, S.A. ativada, equipamentos marca Trimble 4000 da série SST; na atualidade estas limitações estão superadas pela proximidade do WGS84 com o ITRF, eliminação do S.A., melhoria dos equipamentos de rastreamento e existência da RBMC/SIRGAS.

A pluralidade de Sistemas de Referência na época do experimento e os problemas encontrados demonstram a importância de unificação de referenciais em nível global e melhor discussão do sistema de altitudes.

Os resultados obtidos estão totalmente justificados

em vista da precisão da base de dados e métodos empregados, demonstrando a eficiência do método.

Com base nos resultados alcançados neste trabalho, sugere-se que:

1. em regiões onde existam mais RRNN, com distribuição geográfica regular, que se utilize da metodologia aqui apresentada, empregando o modelo geopotencial EGM96 ou do geóide gravimétrico do Estado de São Paulo, ou outros que vierem a surgir, de qualidade superior a estes, visando a geração de cartas geoidais mais pormenorizadas;
2. em regiões onde exista baixa densidade de RRNN, que se realize o rastreamento GPS sobre estas RRNN, determinado a média da ondulação geoidal e que, a partir do modelo EGM96 ou do geóide gravimétrico tal como o do Estado de São Paulo, sejam deduzidas as ondulações geoidais nestas RRNN e determinadas a diferenças nas mesmas. Nos pontos em que se deseja a ondulação do geóide, com uso do modelo geopotencial determina-se a ondulação do geóide; no ponto desejado, soma-se a diferença de ondulações geoidais à ondulação determinada pelo modelo;
3. em regiões onde não se tem RRNN, utilizar apenas o geóide gravimétrico, e na inexistência deste, o modelo geopotencial EGM96, pois estes foram o que apresentaram melhores resultados (Tabela 1).

Os resultados desta pesquisa recomenda que a presente metodologia seja aplicada a regiões mais extensas, onde existam informações similares, tais como as redes GPS estaduais de alta precisão onde os pontos tenham nivelamento geométrico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ANDRADE, J.B. **NAVSTAR-GPS**. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR. Setor de Tecnologia. Curitiba. 63 p. 1988.
2. AYHAN, M.E. Geoid determination in Turkey (TG-91). Berlin: Springer-Verlag, **Bulletin Géodésique**, v. 67, n. 1, p. 10-22, 1993.
3. COLLIER, P.A. & CROFT, M.J. Heights from GPS in an engineering environment. New York: **Survey Review**, v. 34, n. 264, p. 76-85. 1997.
4. DODSON, A.H. GPS for height Determination. New York: **Survey Reviews**, v. 33, n. 256, p. 66-76, 1995.
5. FEATHERSTONE, W.E.; DENTITH, M.C.; KIRBY, J.F. Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS. New York: **Survey Review**, v. 34, n. 267. p. 278-296, 1998.
6. FIELDER, J. Orthometric heights from Global Positioning System. New York: **Journal of Surveying Engineering**, v. 118. n. 3, p. 70-78, 1992.
7. FREITAS, S. R.; CORDINI, J.; MARONE, E.; SCHWAB, S.H.S. Vínculo da rede altimétrica brasileira à rede SIRGAS. **International Geoid Service**, Bulletin, n. 9, p. 236-243. (Special Issue for South America). 1999.
8. GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Editora da Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1999.
9. LEICK, A. **GPS – Satellite Surveying**. John Wiley & Sons. New York. 2ª ed. 1995.
10. LEMOINE, F.G.; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K.; TRIMMER, R.G.; PAVLIS, N.K.; CHIN, D.S.; COX, C.M.; KLOSKO, S.M.; LUTHCHE, S.B.; TORRENCE, M.H.; WANG, Y.M.; WILLIAMSON, R.G.; PAVLIS, E.C.; RAPP, R.H.; OLSON, T.R. **The development of joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96**. Greenbelt (Md.): Ohio State University and National Aeronautics and Space Administration/Goddard Space Flight Center. 1998.
11. LI, Y.C. & SIDERIS, M.G. Minimization and estimation of geoid undulation errors. Berlin: Springer-Verlag, **Bulletin Géodésique**, v. 68, p. 201 - 219, 1994.
12. LI, J. & SIDERIS, M.G. Marine gravity and geoid determination by optimal combination of satellite altimetry and shipborne gravimetry data. Berlin: Springer-Verlag, **Journal of Geodesy**, v. 71, p. 209-216, 1997.
13. NATIONAL IMAGERY AND MAPPING AGENCY (NIMA). **Department of Defense World Geodetic System 1984. It's definition and relationships with local geodetic system**. Technical Report, 1997. Disponível em www.nima.mil Acesso em setembro de 2000.
14. PAVLIS, N.K. **Development applications of geopotential**

- models.** Rio de Janeiro: Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Escola de Geóide. 1997.
15. RAPP, T.H. & NEREM, R.S. **A joint GSFC/DMA project for improving the model of the Earth's gravitational field.** State University. National Aeronautics and Space Administration, Goddard Space Flight Center. 1996.
 16. SÁ, N.C. Um geóide para aplicação do GPS em Geociências. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA, 3, 1993, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Geofísica, p. 584-589.
 17. SÁ, N.C. & MOLINA, E.C. O geóide gravimétrico no Estado de São Paulo: resultados preliminares. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 17, 1995, Salvador BA. **Anais...** Salvador: Sociedade Brasileira de Cartografia, p. 124-133.
 18. SEEBER, G. **Satellite Geodesy: foundations, methods and applications.** Berlin: Walter de Gruyter. 1993.
 19. TORGE, W. **Geodesy.** Berlin. Walter de Gruyter. 1980.
 20. VANICEK, P. & KRAKIWSKY, E.J. **Geodesy: the concepts.** NHPC - Amsterdam, New York, Oxford. University of New Brunswick. Canadá. 1982.
 21. ZONG, D. Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights. Berlin: Springer-Verlag, **Journal of Geodesy**, v. 71, p. 552-561, 1997.